Université Sultan Moulay Slimane
Ecole National des Sciences Appliquées
Khouribga

Théorie de la calculabilité et de la complexité

$4^{ème}$ Année GI (Génie Informatique)
Année universitaire 2018/2019

Théorèmes à étudier sur les langages réguliers

QUOTIENT

Le quotient de deux langages L_1 et L_2 est défini par :

$$L_1 / L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in L_2) : xy \in L_1\}$$

Si L_1 et L_2 sont réguliers, alors leur quotient (L_1 / L_2) est régulier.

MIN

Le ***MIN*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{MIN}(L) = \{x \in L \mid \text{aucun préfixe propre de } x \text{ n'appartient pas à } L\}$$

Si L est régulier, alors ***MIN***(L) est régulier.

PAL

Le ***PAL*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{PAL}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid xx^R \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***PAL***(L) est régulier.

ABONDON

Le ***ABONDON*** d'un langage régulier L est défini par :

$$\boldsymbol{ABONDON}(L) = \{xz \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma) : xyz \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***ABONDON***(L) est régulier.

RACINE

Le ***RACINE*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{RACINE}(L) = \{x \in L \mid xx \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***RACINE***(L) est régulier.

BEGINx

Pour un mot fixé x de Σ^*, le ***BEGINx*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{BEGIN}x(L) = \{y \in \Sigma^* \mid xy \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***BEGIN***x est régulier.

PREFIXE

Le ***PREFIXE*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{PREFIXE}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ préfixe d'un mot } y \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***PREFIXE***(L) est régulier.

DEMI

Le ***DEMI*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{DEMI}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*) : |x| = |y| \text{ et } xy \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***DEMI***(L) est régulier.

SQRT

Le ***SQRT*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{SQRT}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*) : |y| = |x|^2 \text{ et } xy \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***SQRT***(L) est régulier.

LOG

Le ***LOG*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{LOG}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*) : |y| = 2^{|x|} \text{ et } xy \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***LOG***(L) est régulier.

MELANGE

Le ***MELANGE*** de deux langages L_1 et L_2 est défini par :

MELANGE$(L_1, L_2) = \{x_1y_1x_2y_2...x_ky_k \in \Sigma^* \mid x_1x_2...x_k \in L_1 \text{ et } y_1y_2...y_k \in L_2\}$

Si L_1 et L_2 sont réguliers, alors ***MELANGE***(L_1, L_2) est régulier.

CARRE

Le ***CARRE*** d'un langage L est défini par :

$$\textbf{\textit{CARRE}}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists u, v \in L) : x = uv\}$$

Si L est régulier, alors ***CARRE***(L) est régulier.

END*y*

Pour un mot fixé y de Σ^*, le ***ENDy*** d'un langage L est défini par :

$$\textbf{\textit{END}}y(L) = \{x \in \Sigma^* \mid xy \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***END****y* est régulier.

DOUBLE

Le ***DOUBLE*** d'un langage L est défini par :

$$\textbf{\textit{DOUBLE}}(L) = \{y \in \Sigma^* \mid (\exists x \in \Sigma^*) : |x| = 2|y| \text{ et } yx \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***DOUBLE***(L) est régulier.

TRIPLE

Le ***TRIPLE*** d'un langage L est défini par :

$$\textbf{\textit{TRIPLE}}(L) = \{y \in \Sigma^* \mid (\exists x \in \Sigma^*) : |x| = 3|y| \text{ et } yx \in L\}$$

Si L est régulier, alors ***TRIPLE***(L) est régulier.

LAST

Le ***LAST*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{LAST}(L) = \{xy \in \Sigma^* \mid y \in L\}$$

Si L est régulier, alors $\boldsymbol{LAST}(L)$ est régulier.

MID

Le ***MID*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{MID}(L) = \{xyz \in \Sigma^* \mid y \in L\}$$

Si L est régulier, alors $\boldsymbol{MID}(L)$ est régulier.

POS3

Le ***POS3*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{POS3}(L) = \{uxyz \in \Sigma^* \mid x \in L \text{ et } y, z \in \Sigma\}$$

Si L est régulier, alors $\boldsymbol{POS3}(L)$ est régulier.

BORDURE

Le ***BORDURE*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{BORDURE}(L) = \{xyz \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*) : x, z \in L\}$$

Si L est régulier, alors $\boldsymbol{BORDURE}(L)$ est régulier.

DIV*3*

Le ***DIV3*** d'un langage L est défini par :

$$\boldsymbol{DIV3}(L) = \{w \in L \mid |x| = 3k;\ k \geq 0\}$$

Si L est régulier, alors $\boldsymbol{DIV3}(L)$ est régulier.