Université Sultan Moulay Slimane
Ecole National des Sciences Appliquées
Khouribga

Théorie de la calculabilité et de la complexité

4ème Année Génie informatique
Semestre 4 / Année universitaire 2018/2019
Feuille de TD N° 3
CH3 : Langages réguliers

Exercice 1

Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Pour chacun des langages suivants, donner une expression régulière qui le dénote :

1. $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ commence par $aba\}$.
2. $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient le facteur $bba\}$.
3. $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|$ impair$\}$.
4. $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient au moins une occurrence de $aaa\}$.
5. $L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient au plus une occurrence de $aaa\}$.
6. $L_6 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient exactement une seule occurrence de $aaa\}$.
7. $L_7 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient une lettre a dans la troisième position à partir de la droite$\}$.
8. $L_8 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a$ est divisible par $3\}$.

Exercice 2

Soit l'expression régulière $r = a(a \mid bb)^* \mid b$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Déterminer tous les mots du langage dénoté par r dont la longueur ≤ 4.
2. En utilisant l'**algorithme de Thompson**, convertir r en un **AFND** M.
3. Déterminiser M.
4. Minimiser l'**AFD** obtenu.

Exercice 3

Considérons le langage L sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ des mots contenant un nombre pair de symboles a et un nombre impair de symboles b.

1. Donner tous les mots du langage L de longueur ≤ 4.

2. Trouver un AFD minimal M qui accepte le langage L.
3. Appliquer la **méthode BCM** pour trouver une expression régulière qui dénote le langage L.

Exercice 4

Démontrer le lemme suivant (**Lemme d'Arden**) :

Si A et B sont deux langages réguliers sur un même alphabet Σ, et si $\varepsilon \notin A$, alors l'unique solution de l'équation $X = AX + B$ est :$X = A^*B$.

Exercice 5

La **méthode algébrique** pour calculer une expression régulière à partir d'un **AFD** M (minimal de préférence) consiste à écrire pour chaque état p de M, une équation linéaire de la forme :

$$Xp = \sum_{q=\delta(p,a)} aXq \text{, si } p \text{ n'est pas final}$$

$$Xp = \sum_{q=\delta(p,a)} aXq + \varepsilon \text{, si } p \text{ est final}$$

L'inconnu X_p désigne en fait, une expression régulière qui dénote le langage des mots acceptés par M en prenant l'état p comme état initial. Plus précisément, $X_p = \{w \in \Sigma^* \mid p \text{ ---}w\text{---> } q;\ q \in F\}$.

On obtient alors un système de n équations linéaires (n étant le nombre des états de M) que l'on peut résoudre en utilisant la méthode de substitution et en appliquant le Lemme d'Arden. La solution cherchée est bien évidemment X_{q0}.

Appliquer cette méthode pour trouver une expression régulière pour le langage de l'exercice 3, en partant de son **AFD** minimal.