

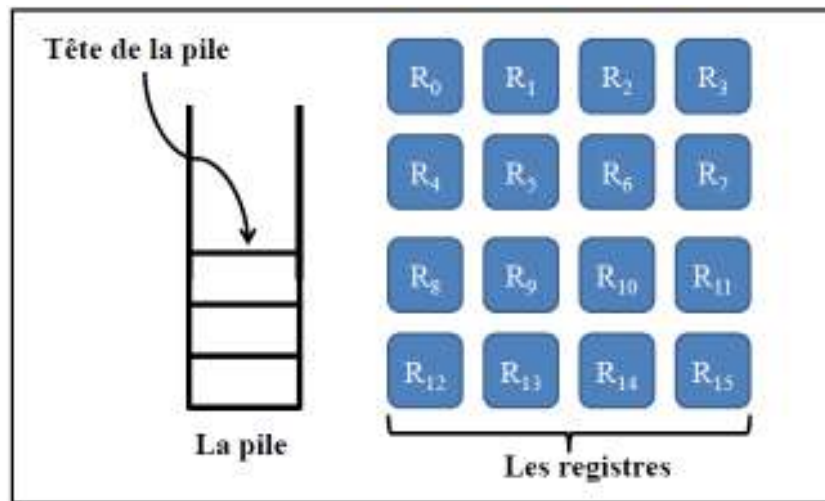
Module : Architecture des ordinateurs et Algorithmique

1^{ère} API / S1 / Année 2018/2019

Feuille de Travaux Dirigés N° 3

Exercice 1

Considérons une machine de calcul MAP_{16} (imaginaire) constituée d'une pile et de 16 registres $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{13}, R_{14}, R_{15}$.



Voici le jeu d'instructions pour cette machine :

- **READ** R_i : lit une valeur (nombre entier) et le stocke dans le registre R_i .
- **STORE** R_i : copie la valeur se trouvant en tête de la pile dans le registre R_i .
- **PUSH** R_i : copie (empile) la valeur stockée dans le registre R_i en tête de la pile.
- **PUSH** K : copie (empile) la valeur constante K en tête de la pile.
- **POP** : retire (dépile) la valeur se trouvant dans la tête de la pile.
- **ADD / MUL** : dépile les deux valeurs en tête de la pile, et empile leur somme (respectivement, leur produit).
- **SUB / DIV** : dépile les deux valeurs en tête de la pile, et empile leur différence (respectivement, leur quotient) : le plus haut moins le plus bas (respectivement, leur quotient).
- **SQRT** : remplace la valeur en tête de la pile, par sa racine carrée.
- **PRINT** : affiche sur écran la valeur qui se trouve en tête de la pile.

Par exemple, un programme MAP_{16} qui calcule la valeur de l'expression $2 \times (x + y)$ est le suivant :

READ R_0 READ R_1 PUSH R_0 PUSH R_1 ADD PUSH 2 MUL PRINT

1. Donner l'état de la machine MAP₁₆ après l'exécution de chaque instruction de ce programme (on suppose que l'utilisateur a saisi la valeur 10 pour x, et 5 pour y). Au départ, la pile est vide et le contenu de chaque registre R_i est 0.
2. Ecrire un programme MAP₁₆ pour calculer la surface S d'un triangle de côtés a, b et c par la formule de **Héron** : $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où $p = (a+b+c)/2$.

Exercice 2

Pour chacun des problèmes suivants, donner une spécification précise d'un algorithme qui le résout (il s'agit de déterminer ses inputs et ses outputs) :

1. Calculer la surface d'un rectangle.
2. Trouver le plus petit élément d'un tableau.
3. Calculer la racine carrée d'un nombre réel avec une précision voulue.
4. Trier un tableau d'entiers en ordre décroissant.
5. Conjuguer à l'impératif présent un verbe du 2^{ème} groupe.
6. Calculer la trace d'une matrice carrée d'ordre N.
7. Tester si un nombre entier est divisible par 3.
8. Transformer une matrice carrée d'ordre N en son inverser.

Exercice 3

1. Noter à l'aide d'un algorithme, les étapes (instructions) de conduite de votre domicile à votre école chaque matin (exprimer chaque étape en utilisant une phrase verbale commençant par un verbe à l'infinitif).
2. A l'aide d'un algorithme, noter une recette pour cuisiner votre plat préféré.

Exercice 4

On suppose que x et y sont deux entiers non nuls. Voici la description d'un algorithme (A) pour résoudre un problème (P) :

Étape 1. Mettre dans d, la valeur de **Min**(x, y).

Étape 2. Diviser x par d. Si le reste de la division est égale à 0, aller à l'étape 3;
Sinon aller à l'étape 4.

Étape 3. Diviser y by d. Si le reste de la division est égale à 0, Sortir en fournissant d comme résultat; sinon aller à l'étape 4.

Étape 4. Diminuer d de 1 et aller à l'étape 2.

1. Appliquer l'algorithme sur les données x = 15, y = 6, puis x = 60, y = 24.
2. Que calcule l'algorithme (A) ? en donner une spécification précise.
3. Décrire l'algorithme (A) en utilisant un organigramme.
4. Expliquer la stratégie de résolution utilisée par l'algorithme (A).
5. Donner la preuve de correction de l'algorithme (A) lorsque x = y.