Corrigés des exercices des TD N° 3

Prof. Abdelmajid Dargham

Faculté des Sciences, Oujda

Filière SMI - S5

Module Théorie des langages & Compilation

Université Mohamed Premier

Octobre, 2013

Exercice 4

Exercice 4

- Soit la grammaire G définie par les règles :

$$S \rightarrow 0S \mid 0S1S \mid \varepsilon$$

Exercice 4

- Soit la grammaire G définie par les règles :

$$S \to 0S \mid 0S1S \mid \varepsilon$$

1. En construisant deux arbres distincts pour le mot $w = 001$, montrer que G est ambiguë.

Exercice 4

- Soit la grammaire G définie par les règles :

$$S \rightarrow 0S \mid 0S1S \mid \varepsilon$$

1. En construisant deux arbres distincts pour le mot $w = 001$, montrer que G est ambiguë.
2. Prouver que $L(G) = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid\ |u|_0 \geq |u|_1,\ \forall u \in Pref(w)\}$.

Exercice 4

- Soit la grammaire G définie par les règles :

$$S \rightarrow 0S \mid 0S1S \mid \varepsilon$$

1. En construisant deux arbres distincts pour le mot $w = 001$, montrer que G est ambiguë.
2. Prouver que $L(G) = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid \ |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$.
3. Construire une grammaire G' non ambiguë équivalente à G.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- **Question** 1 : G est ambiguë, car le mot $w = 001$ admet deux arbres de dérivation distincts :

Solution de l'exercice 4

- **Question** 1 : G est ambiguë, car le mot $w = 001$ admet deux arbres de dérivation distincts :

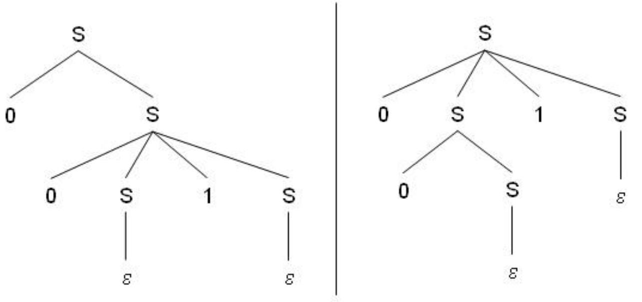

Figure: Deux arbres de dérivation distincts pour le mot $w = 001$

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$,

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,$ $\forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$. Preuve par récurrence sur k :

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \mid |u|_0 \geq |u|_1,$ $\forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$. Preuve par récurrence sur k :
  - **BASE** : pour $k = 1$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$. Preuve par récurrence sur k :
  - **BASE** : pour $k = 1$. Le seul mot dérivale en une seule étape à partir de S est $w = \varepsilon$ et il est clair que $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$. Preuve par récurrence sur k :
  - **BASE** : pour $k = 1$. Le seul mot dérivale en une seule étape à partir de S est $w = \varepsilon$ et il est clair que $w \in L$.
  - **INDUCTION** : soit $k \geq 2$ et supposons que pour tout mot terminal w tel que $S \Rightarrow^h w$, avec $1 \leq h < k$, alors $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 2 : Posons $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$, et montrons que $L(G) = L$.
  Par double inclusion.
  ▶ $L(G) \subseteq L$: soit $w \in L(G)$, c'est-à-dire, il existe $k \geq 1$ tel que $S \Rightarrow^k w$. Preuve par récurrence sur k :
  - **BASE** : pour $k = 1$. Le seul mot dérivale en une seule étape à partir de S est $w = \varepsilon$ et il est clair que $w \in L$.
  - **INDUCTION** : soit $k \geq 2$ et supposons que pour tout mot terminal w tel que $S \Rightarrow^h w$, avec $1 \leq h < k$, alors $w \in L$. Soit w un mot terminal tel que $S \Rightarrow^k w$. Il y a deux cas :

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.
  Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.
  Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  Sinon, $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.
  Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  Sinon, $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'.
  D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.
  Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  Sinon, $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'.
  D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$.
  Donc, $|u|_0 = 1 + |u'|_0 \geq 1 + |u'|_1 = 1 + |u|_1 > |u|_1$.

Solution de l'exercice 4

- **Premier cas** : $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe un mot w' tel que $w = 0w'$ et $S \Rightarrow^{k-1} w'$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w, alors u est un préfixe de $0w'$.
  Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  Sinon, $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'.
  D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$.
  Donc, $|u|_0 = 1 + |u'|_0 \geq 1 + |u'|_1 = 1 + |u|_1 > |u|_1$.
  Par suite, $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w" \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w" \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w" \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et w'' tels que $w = 0w'1w''$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w''$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w'' \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  - Si $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w" \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  - Si $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'. D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et w" tels que $w = 0w'1w$",
  $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w$", avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et w" $\in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  - Si $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'. D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$. Donc, $|u|_0 = 1 + |u'|_0 \geq 1 + |u'|_1 = 1 + |u|_1 > |u|_1$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et w" tels que $w = 0w'1w$",
  $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w$", avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et w" $\in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  - Si $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'. D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$. Donc, $|u|_0 = 1 + |u'|_0 \geq 1 + |u'|_1 = 1 + |u|_1 > |u|_1$.
  - Si $u = 0w'1$. D'après l'H.R, $|w'|_0 \geq |w'|_1$.

Solution de l'exercice 4

- **Deuxième cas** : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^{k-1} w$.
  Donc, il existe deux mots w' et $w"$ tels que $w = 0w'1w"$, $S \Rightarrow^{i} w'$ et $S \Rightarrow^{j} w"$, avec $i + j = k - 1$.
  D'après l'H.R, $w' \in L$ et $w" \in L$.
  Soit $u \neq \varepsilon$ un préfixe de w.
  - Si $u = 0$, alors $|u|_0 = 1 > |u|_1 = 0$.
  - Si $u = 0u'$ où u' est un préfixe de w'. D'après l'H.R, $|u'|_0 \geq |u'|_1$. Donc, $|u|_0 = 1 + |u'|_0 \geq 1 + |u'|_1 = 1 + |u|_1 > |u|_1$.
  - Si $u = 0w'1$. D'après l'H.R, $|w'|_0 \geq |w'|_1$. Donc, $|u|_0 = 1 + |w'|_0 \geq 1 + |w'|_1 = |u|_1$, donc $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Si $u = 0w'1u"$, où $u"$ est un préfixe de $w"$.

Solution de l'exercice 4

- Si $u = 0w'1u"$, où $u"$ est un préfixe de $w"$. D'après l'H.R, $|w'|_0 \geq |w'|_1$ et $|u"|_0 \geq |u"|_1$.

Solution de l'exercice 4

- Si $u = 0w'1u''$, où u'' est un préfixe de w''.
  D'après l'H.R, $|w'|_0 \geq |w'|_1$ et $|u''|_0 \geq |u''|_1$.
  D'où, $|u|_0 = 1 + |w'|_0 + |u''|_0 \geq 1 + |w'|_1 + |u''|_1 = |u|_1$.

Solution de l'exercice 4

- Si $u = 0w'1u"$, où $u"$ est un préfixe de $w"$.
  D'après l'H.R, $|w'|_0 \geq |w'|_1$ et $|u"|_0 \geq |u"|_1$.
  D'où, $|u|_0 = 1 + |w'|_0 + |u"|_0 \geq 1 + |w'|_1 + |u"|_1 = |u|_1$.
  Par conséquent, $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.
    Comme $x \neq \varepsilon$, alors il contient au moins un symbole.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.
    Comme $x \neq \varepsilon$, alors il contient au moins un symbole.
    Le premier symbole de x est 0, car le premier symbole de x est lui-même un préfixe de x.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.
    Comme $x \neq \varepsilon$, alors il contient au moins un symbole.
    Le premier symbole de x est 0, car le premier symbole de x est lui-même un préfixe de x.
    Cela entraîne que $x = 0y$, où $y \in \{0,\ 1\}^*$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.
    Comme $x \neq \varepsilon$, alors il contient au moins un symbole.
    Le premier symbole de x est 0, car le premier symbole de x est lui-même un préfixe de x.
    Cela entraîne que $x = 0y$, où $y \in \{0,\ 1\}^*$.
    ▷ Si $y \in L$, alors par **H.R**, $y \in L(G)$, c-à-d que $S \Rightarrow^* y$.

Solution de l'exercice 4

- $L \subseteq L(G)$: soit $x \in L$ et montrons que $x \in L(G)$. Par récurrence sur $|x| = n$.
  - **Base** : pour $x = \varepsilon$, alors $x \in L(G)$, car $S \Rightarrow \varepsilon$.
  - **Induction** : soit $x \in L$ de longueur $n \geq 1$.
    (**H.R**) : si $y \in L$ de longueur m tel que $0 \leq m < n$, alors $y \in L(G)$.
    Comme $x \neq \varepsilon$, alors il contient au moins un symbole.
    Le premier symbole de x est 0, car le premier symbole de x est lui-même un préfixe de x.
    Cela entraîne que $x = 0y$, où $y \in \{0,\ 1\}^*$.
    $\triangleright$ Si $y \in L$, alors par **H.R**, $y \in L(G)$, c-à-d que $S \Rightarrow^* y$.
    Par suite, $S \Rightarrow 0S \Rightarrow^* 0y = x$, et alors $x \in L(G)$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.
Par définition de u, chaque préfixe α de v vérifie $|\alpha|_0 \geq |\alpha|_1$.
Donc, $v \in L$.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.
Par définition de u, chaque préfixe α de v vérifie $|\alpha|_0 \geq |\alpha|_1$.
Donc, $v \in L$.
De plus, $u = v1$ a exactement un symbole 1 de plus que de symboles 0.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.
Par définition de u, chaque préfixe α de v vérifie $|\alpha|_0 \geq |\alpha|_1$.
Donc, $v \in L$.
De plus, $u = v1$ a exactement un symbole 1 de plus que de symboles 0.
Donc, $0v1$ possède autant de symboles 0 que de symboles 1.

Solution de l'exercice 4

▷ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.
Par définition de u, chaque préfixe α de v vérifie $|\alpha|_0 \geq |\alpha|_1$.
Donc, $v \in L$.
De plus, $u = v1$ a exactement un symbole 1 de plus que de symboles 0.
Donc, $0v1$ possède autant de symboles 0 que de symboles 1.
Soit t un préfixe de w. Alors, $0v1t$ est un préfixe de x, et par conséquent, $|0v1t|_0 \geq |0v1t|_1$.

Solution de l'exercice 4

$\triangleright$ Si $y \notin L$. Alors, y possède au moins un préfixe $y' \neq \varepsilon$ tel que $|y'|_0 < |y'|_1$.
Soit u le plus court préfixe de y vérifiant $|u|_0 < |u|_1$ et soit w tel que $y = uw$. Le mot u se termine alors par un symbole 1.
On a : $u = v1$, et alors $x = 0y = 0uw = 0v1w$.
Par définition de u, chaque préfixe α de v vérifie $|\alpha|_0 \geq |\alpha|_1$.
Donc, $v \in L$.
De plus, $u = v1$ a exactement un symbole 1 de plus que de symboles 0.
Donc, $0v1$ possède autant de symboles 0 que de symboles 1.
Soit t un préfixe de w. Alors, $0v1t$ est un préfixe de x, et par conséquent, $|0v1t|_0 \geq |0v1t|_1$.
Donc, $|t|_0 \geq |t|_1$, et alors $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

Par **H.R** :

Solution de l'exercice 4

Par **H.R** :
$v \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* v$.

Solution de l'exercice 4

Par **H.R** :
$v \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* v$.
et $w \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* w$.

Solution de l'exercice 4

Par **H.R** :
$v \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* v$.
et $w \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* w$.
Par suite : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^* 0v1S \Rightarrow^* 0v1w = x$.

Solution de l'exercice 4

Par **H.R** :
$v \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* v$.
et $w \in L$, c-à-dire $S \Rightarrow^* w$.
Par suite : $S \Rightarrow 0S1S \Rightarrow^* 0v1S \Rightarrow^* 0v1w = x$.
Donc, $x \in L(G)$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une *GHC* non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \forall u \in Pref(w)\}$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une GHC non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une GHC non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une GHC non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.
  2. ou bien $x = 0v1w$, où v est le mot le plus court vérifiant $|v|_0 = |v|_1$ et $w \in L$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une *GHC* non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.
  2. ou bien $x = 0v1w$, où v est le mot le plus court vérifiant $|v|_0 = |v|_1$ et $w \in L$.
- Soit S' l'axiome d'une *GHC* G' qui génère les mots du langage $L' = \{u \in \{0,\ 1\}^* \mid |u|_0 = |u|_1\}$.

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une GHC non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.
  2. ou bien $x = 0v1w$, où v est le mot le plus court vérifiant $|v|_0 = |v|_1$ et $w \in L$.
- Soit S' l'axiome d'une GHC G' qui génère les mots du langage $L' = \{u \in \{0,\ 1\}^* \mid |u|_0 = |u|_1\}$.
- Comme $v \in L'$, alors la grammaire définie par :

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une *GHC* non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |u|_0 \geq |u|_1, \ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.
  2. ou bien $x = 0v1w$, où v est le mot le plus court vérifiant $|v|_0 = |v|_1$ et $w \in L$.
- Soit S' l'axiome d'une *GHC* G' qui génère les mots du langage $L' = \{u \in \{0, 1\}^* \mid |u|_0 = |u|_1\}$.
- Comme $v \in L'$, alors la grammaire définie par : $S \rightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$

Solution de l'exercice 4

- **Question** 3 : Construisons une GHC non ambiguë qui génère $L = \{w \in \{0,\ 1\}^* \ \mid |u|_0 \geq |u|_1,\ \ \forall u \in Pref(w)\}$.
- D'après l'analyse faite dans la question 2, un mot $x \in L$ s'écrit sous l'une des deux formes :
  1. $x = 0y$, où $y \in L$.
  2. ou bien $x = 0v1w$, où v est le mot le plus court vérifiant $|v|_0 = |v|_1$ et $w \in L$.
- Soit S' l'axiome d'une GHC G' qui génère les mots du langage $L' = \{u \in \{0,\ 1\}^* \mid |u|_0 = |u|_1\}$.
- Comme $v \in L'$, alors la grammaire définie par :
  $S \rightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$
  engendre aussi L.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.
- Pour développer le symbole S, il y a un choix **déterminste** :

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.
- Pour développer le symbole S, il y a un choix **déterminste** :
  1. on applique $S \rightarrow \varepsilon$, si le reste du mot est vide.

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.
- Pour développer le symbole S, il y a un choix **déterminste** :
    1. on applique $S \to \varepsilon$, si le reste du mot est vide.
    2. ou bien, on applique $S \to 0S$, si le reste du mot est encore un mot non vide de L.

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.
- Pour développer le symbole S, il y a un choix **déterminste** :
  1. on applique $S \rightarrow \varepsilon$, si le reste du mot est vide.
  2. ou bien, on applique $S \rightarrow 0S$, si le reste du mot est encore un mot non vide de L.
  3. ou bien, on applique $S \rightarrow 0S'1S$, si le reste du mot n'est pas un mot de L.

Solution de l'exercice 4

- Soit $x \neq \varepsilon$ un mot du langage L.
- À chaque étape de dérivation de x, il y a au plus deux symboles à développer : S et $S' \neq S$.
- Pour développer le symbole S, il y a un choix **déterminste** :
  1. on applique $S \rightarrow \varepsilon$, si le reste du mot est vide.
  2. ou bien, on applique $S \rightarrow 0S$, si le reste du mot est encore un mot non vide de L.
  3. ou bien, on applique $S \rightarrow 0S'1S$, si le reste du mot n'est pas un mot de L.
- Il suffit donc de choisir une GHC non ambiguë pour engendrer le langage L' à partir de l'axiome S'.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Voici une GHC qui engendre L' :

Solution de l'exercice 4

- Voici une GHC qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Supposons que u commence par un symbole 1.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Supposons que u commence par un symbole 1.
- Montrons que u doit se terminer par un symbole 0.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Supposons que u commence par un symbole 1.
- Montrons que u doit se terminer par un symbole 0.
- Soit $k = |u|$ et notons par u_i le préfixe de u de longueur i pour $1 \leq i \leq k$.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \to \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Supposons que u commence par un symbole 1.
- Montrons que u doit se terminer par un symbole 0.
- Soit $k = |u|$ et notons par u_i le préfixe de u de longueur i pour $1 \leq i \leq k$.
- Considérons la suite $(u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_k)$ de ces préfixes.

Solution de l'exercice 4

- Voici une *GHC* qui engendre L' :
  $S' \rightarrow \varepsilon \mid 0S'1S' \mid 1S'0S'$.
- Pour un mot $w \in \{0,\ 1\}^*$, posons $\varphi(w) = |w|_1 - |w|_0$.
- Il est clair que $L' = \{x \in \{0,\ 1\}^* \mid \varphi(x) = 0\}$.
- Soient $x \in L'$ (non vide) et u le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Supposons que u commençe par un symbole 1.
- Montrons que u doit se terminer par un symbole 0.
- Soit $k = |u|$ et notons par u_i le préfixe de u de longueur i pour $1 \leq i \leq k$.
- Considérons la suite $(u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_k)$ de ces préfixes.
- Il est clair que $|\varphi(u_{i+1}) - \varphi(u_i)| = 1$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).
- Ce qui entraîne que $\varphi(u_i) = 0$ pour un certain i entre 1 et $k - 1$.

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).
- Ce qui entraîne que $\varphi(u_i) = 0$ pour un certain i entre 1 et $k - 1$.
- C'est une contraduction avec le fait que u est le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).
- Ce qui entraîne que $\varphi(u_i) = 0$ pour un certain i entre 1 et $k - 1$.
- C'est une contraduction avec le fait que u est le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Par suite, le préfixe u se termine par un 0 et donc $u = 1y0$ pour un certain mot y.

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).
- Ce qui entraîne que $\varphi(u_i) = 0$ pour un certain i entre 1 et $k - 1$.
- C'est une contraduction avec le fait que u est le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Par suite, le préfixe u se termine par un 0 et donc $u = 1y0$ pour un certain mot y.
- Alors, $x = 1y0z$, où $y,\ z \in \{0,\ 1\}^*$.

Solution de l'exercice 4

- Si u se termine par un symbole 1, alors $\varphi(u_1) = 1$ et $\varphi(u_{k-1}) = -1$ (car $\varphi(u_k) = \varphi(u) = 0$).
- Ce qui entraîne que $\varphi(u_i) = 0$ pour un certain i entre 1 et $k-1$.
- C'est une contraduction avec le fait que u est le plus court préfixe non vide de x tel que $\varphi(u) = 0$.
- Par suite, le préfixe u se termine par un 0 et donc $u = 1y0$ pour un certain mot y.
- Alors, $x = 1y0z$, où $y,\ z \in \{0,\ 1\}^*$.
- De plus, comme $\varphi(x) = \varphi(u) = 0$, alors $\varphi(y) = \varphi(z) = 0$, c'est-à-dire que $y,\ z \in L'$.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.
- Par conséquent, $L' = \varepsilon + 0L'1L' + 1L'0L'$ et la grammaire proposée engendre un langage qui vérifie exactectement la même équation.

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.
- Par conséquent, $L' = \varepsilon + 0L'1L' + 1L'0L'$ et la grammaire proposée engendre un langage qui vérifie exactectement la même équation.
- La grammaire considérée est ambiguë. En effet, le mot 0101 possède deux dérivations distinctes :

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.
- Par conséquent, $L' = \varepsilon + 0L'1L' + 1L'0L'$ et la grammaire proposée engendre un langage qui vérifie exactectement la même équation.
- La grammaire considérée est ambiguë. En effet, le mot 0101 possède deux dérivations distinctes :
  1. $S' \Rightarrow 0S'1S' \Rightarrow 01S' \Rightarrow 010S'1S' \Rightarrow 0101S' \Rightarrow 0101$

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.
- Par conséquent, $L' = \varepsilon + 0L'1L' + 1L'0L'$ et la grammaire proposée engendre un langage qui vérifie exactectement la même équation.
- La grammaire considérée est ambiguë. En effet, le mot 0101 possède deux dérivations distinctes :
  1. $S' \Rightarrow 0S'1S' \Rightarrow 01S' \Rightarrow 010S'1S' \Rightarrow 0101S' \Rightarrow 0101$
  2. $S' \Rightarrow 0S'1S' \Rightarrow 0S'1 \Rightarrow 01S'0S'1 \Rightarrow 010S'1 \Rightarrow 0101$

Solution de l'exercice 4

- On a un raisenement analogue : si u commençe par un symbole 0, alors il doit se terminer par un symbole 1, et $x = 1y0z$, où $y,\ z \in L'$.
- Par conséquent, $L' = \varepsilon + 0L'1L' + 1L'0L'$ et la grammaire proposée engendre un langage qui vérifie exactectement la même équation.
- La grammaire considérée est ambiguë. En effet, le mot 0101 possède deux dérivations distinctes :
  1. $S' \Rightarrow 0S'1S' \Rightarrow 01S' \Rightarrow 010S'1S' \Rightarrow 0101S' \Rightarrow 0101$
  2. $S' \Rightarrow 0S'1S' \Rightarrow 0S'1 \Rightarrow 01S'0S'1 \Rightarrow 010S'1 \Rightarrow 0101$
- On va la transformer en une GHC équivalente non ambiguë.

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une GHC, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une GHC, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.
- Dans le cas de notre grammaire, on assure une seule manière de dérivation, si l'on associe le premier symbole 0 rencontré, avec le premier symbole 1, et vice-versa.

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une *GHC*, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.
- Dans le cas de notre grammaire, on assure une seule manière de dérivation, si l'on associe le premier symbole 0 rencontré, avec le premier symbole 1, et vice-versa.
- D'où la grammaire :

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une *GHC*, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.
- Dans le cas de notre grammaire, on assure une seule manière de dérivation, si l'on associe le premier symbole 0 rencontré, avec le premier symbole 1, et vice-versa.
- D'où la grammaire :
  $S' \rightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une *GHC*, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.
- Dans le cas de notre grammaire, on assure une seule manière de dérivation, si l'on associe le premier symbole 0 rencontré, avec le premier symbole 1, et vice-versa.
- D'où la grammaire :
  $S' \to \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$
  $A \to 0A1 \mid 1$

Solution de l'exercice 4

- Pour avoir une *GHC*, il suffit d'avoir des règles de production qui favorisent une seule manière de dérivation d'un mot du langage.
- Dans le cas de notre grammaire, on assure une seule manière de dérivation, si l'on associe le premier symbole 0 rencontré, avec le premier symbole 1, et vice-versa.
- D'où la grammaire :
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$
  $A \longrightarrow 0A1 \mid 1$
  $B \longrightarrow 1B0 \mid 0$

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une *GHC* non ambiguë pour *L* est :

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :
     $S \rightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une *GHC* non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :
     $S \rightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$
     $S' \rightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :
     $S \longrightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$
     $S' \longrightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$
     $A \longrightarrow 0A1 \mid 1$

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :
     $S \rightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$
     $S' \rightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$
     $A \rightarrow 0A1 \mid 1$
     $B \rightarrow 1B0 \mid 0$

Solution de l'exercice 4

- Finalement, une GHC non ambiguë pour L est :
  1. $V = \{A,\ B,\ S,\ S'\}$.
  2. $T = \{0,\ 1\}$.
  3. P est formé des règles :
     $S \longrightarrow \varepsilon \mid 0S \mid 0S'1S$
     $S' \longrightarrow \varepsilon \mid 0AS' \mid 1BS'$
     $A \longrightarrow 0A1 \mid 1$
     $B \longrightarrow 1B0 \mid 0$
  4. Axiome : S.

Exercice 5

Exercice 5

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

Exercice 5

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

$S \rightarrow AB \mid CA$

Exercice 5

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

$S \rightarrow AB \mid CA$

$A \rightarrow a$

Exercice 5

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

$S \rightarrow AB \mid CA$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow BC \mid AB$

Exercice 5

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

$S \longrightarrow AB \mid CA$

$A \longrightarrow a$

$B \longrightarrow BC \mid AB$

$C \longrightarrow aB \mid b$

Solution de l'exercice 5

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.
- $Prod(G) = \{A,\ C,\ S\}$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.
- $Prod(G) = \{A,\ C,\ S\}$.
- G devient :

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.
- $Prod(G) = \{A,\ C,\ S\}$.
- G devient :
  $S \longrightarrow CA$

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.
- $Prod(G) = \{A,\ C,\ S\}$.
- G devient :
  $S \longrightarrow CA\ A \longrightarrow a$

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles productifs** :
  1. $V_0 = \{A,\ C\}$, car $A \longrightarrow a$ et $C \longrightarrow b$.
  2. $V_1 = \{A,\ C,\ S\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $V_2 = V_1$, stop.
- $Prod(G) = \{A,\ C,\ S\}$.
- G devient :
  $S \longrightarrow CA\ A \longrightarrow a\ C \longrightarrow b$

Solution de l'exercice 5

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A,\ C,\ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S, \ A, \ C\}$, car $S \to CA$ et $C, \ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A, \ C, \ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.
- G devient :

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A,\ C,\ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.
- G devient :
  $S \rightarrow CA$

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S, \ A, \ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C, \ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A, \ C, \ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.
- G devient :

  $S \rightarrow CA$

  $A \rightarrow a$

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \longrightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A,\ C,\ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.
- G devient :

  $S \longrightarrow CA$

  $A \longrightarrow a$

  $C \longrightarrow b$

Solution de l'exercice 5

- **Calcul des symboles accessibles** :
  1. $W_0 = \{S\}$.
  2. $W_1 = \{S,\ A,\ C\}$, car $S \rightarrow CA$ et $C,\ A \in V_0$.
  3. $W_2 = W_1$, stop.
- $Acc(G) = \{A,\ C,\ S\} = Util(G)$, puisque $S \in Prod(G)$.
- G devient :

  $S \rightarrow CA$

  $A \rightarrow a$

  $C \rightarrow b$
- La grammaire obtenue est **réduite**.

Exercice 6

Exercice 6

1. Trouver une grammaire propre équivalente à la grammaire suivante :

Exercice 6

1. Trouver une grammaire propre équivalente à la grammaire suivante :
   $S \rightarrow ASB \mid \varepsilon$

Exercice 6

1. Trouver une grammaire propre équivalente à la grammaire suivante :
   $S \longrightarrow ASB \mid \varepsilon$
   $A \longrightarrow aAS \mid a$

Exercice 6

1. Trouver une grammaire propre équivalente à la grammaire suivante :
   $S \longrightarrow ASB \mid \varepsilon$
   $A \longrightarrow aAS \mid a$
   $B \longrightarrow SbS \mid A \mid bb$
2. Mettre la grammaire obtenue sous **FNC** (Frome Normale de Chomsky).

Solution de l'exercice 6

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.
  2. $Acc(G) = \{S,\ A,\ B\} = V = Util(G)$.

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.
  2. $Acc(G) = \{S,\ A,\ B\} = V = Util(G)$.
- **Calcul des symboles nullables** :

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.
  2. $Acc(G) = \{S,\ A,\ B\} = V = Util(G)$.
- **Calcul des symboles nullables** :
  1. $N_0 = \{S\}$, car $S \rightarrow \varepsilon$.

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.
  2. $Acc(G) = \{S,\ A,\ B\} = V = Util(G)$.
- **Calcul des symboles nullables** :
  1. $N_0 = \{S\}$, car $S \rightarrow \varepsilon$.
  2. $N_1 = N_0$, stop.

Solution de l'exercice 6

Question 1 :

- **La grammaire est réduite** :
  1. $Prod(G) = \{S,\ A,\ B\} = V$.
  2. $Acc(G) = \{S,\ A,\ B\} = V = Util(G)$.
- **Calcul des symboles nullables** :
  1. $N_0 = \{S\}$, car $S \rightarrow \varepsilon$.
  2. $N_1 = N_0$, stop.
- Donc : $Null(G) = \{S\}$.

Solution de l'exercice 6

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \to \varepsilon$, puis on remplaçe les règles :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \longrightarrow \varepsilon$, puis on remplace les règles :
  1. $S \longrightarrow ASB$ par : $S \longrightarrow ASB \mid AB$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \rightarrow \varepsilon$, puis on remplace les règles :
  1. $S \rightarrow ASB$ par : $S \rightarrow ASB \mid AB$
  2. $A \rightarrow aAS$ par : $A \rightarrow aAS \mid aA$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \to \varepsilon$, puis on remplaçe les règles :
  1. $S \to ASB$ par : $S \to ASB \mid AB$
  2. $A \to aAS$ par : $A \to aAS \mid aA$
  3. $B \to SbS$ par : $B \to SbS \mid bS \mid Sb \mid b$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \longrightarrow \varepsilon$, puis on remplace les règles :
  1. $S \longrightarrow ASB$ par : $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  2. $A \longrightarrow aAS$ par : $A \longrightarrow aAS \mid aA$
  3. $B \longrightarrow SbS$ par : $B \longrightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid b$
- La grammaire obtenue est :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \longrightarrow \varepsilon$, puis on remplace les règles :
  1. $S \longrightarrow ASB$ par : $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  2. $A \longrightarrow aAS$ par : $A \longrightarrow aAS \mid aA$
  3. $B \longrightarrow SbS$ par : $B \longrightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid b$
- La grammaire obtenue est :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \longrightarrow \varepsilon$, puis on remplaçe les règles :
  1. $S \longrightarrow ASB$ par : $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  2. $A \longrightarrow aAS$ par : $A \longrightarrow aAS \mid aA$
  3. $B \longrightarrow SbS$ par : $B \longrightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid b$
- La grammaire obtenue est :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  $A \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des ε-productions** :
  On supprime la règle $S \longrightarrow \varepsilon$, puis on remplace les règles :
  1. $S \longrightarrow ASB$ par : $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  2. $A \longrightarrow aAS$ par : $A \longrightarrow aAS \mid aA$
  3. $B \longrightarrow SbS$ par : $B \longrightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid b$
- La grammaire obtenue est :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  $A \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$
  $B \longrightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid A \mid bb \mid b$

Solution de l'exercice 6

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :
  $B \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :
  $B \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$
- La grammaire obtenue est :

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :
  $B \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$
- La grammaire obtenue est :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \longrightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :
  $B \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$
- La grammaire obtenue est :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  $A \longrightarrow aAS \mid aA \mid a$

Solution de l'exercice 6

- **Élimination des cycles de variables** :
  La grammaire ne contient aucun cycle de variables.
- **Élimination des règles unitaires** :
  Il y a une seule règle unitaire : $B \rightarrow A$.
  On la supprime puis on ajoute les règles :
  $B \rightarrow aAS \mid aA \mid a$
- La grammaire obtenue est :
  $S \rightarrow ASB \mid AB$
  $A \rightarrow aAS \mid aA \mid a$
  $B \rightarrow SbS \mid bS \mid Sb \mid aAS \mid aA \mid a \mid b \mid bb$

Solution de l'exercice 6

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles :

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles : $X \longrightarrow a$ et $Y \longrightarrow b$.

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles : $X \longrightarrow a$ et $Y \longrightarrow b$.
- Puis on transforme les règles de la grammaire :

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles : $X \longrightarrow a$ et $Y \longrightarrow b$.
- Puis on transforme les règles de la grammaire : $S \longrightarrow ASB \mid AB$

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles : $X \longrightarrow a$ et $Y \longrightarrow b$.
- Puis on transforme les règles de la grammaire :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  $A \longrightarrow XAS \mid XA \mid a$

Solution de l'exercice 6

Question 2 :

- On ajoute deux symboles variables X et Y et les règles : $X \longrightarrow a$ et $Y \longrightarrow b$.
- Puis on transforme les règles de la grammaire :
  $S \longrightarrow ASB \mid AB$
  $A \longrightarrow XAS \mid XA \mid a$
  $B \longrightarrow SYS \mid YS \mid SY \mid XAS \mid XA \mid YY \mid a \mid b$

Solution de l'exercice 6

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \rightarrow AC \mid AB$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \to AC \mid AB$
  $C \to SB$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \rightarrow AC \mid AB$
  $C \rightarrow SB$
  $A \rightarrow XD \mid XA \mid a$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \rightarrow AC \mid AB$
  $C \rightarrow SB$
  $A \rightarrow XD \mid XA \mid a$
  $D \rightarrow AS$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \longrightarrow AC \mid AB$
  $C \longrightarrow SB$
  $A \longrightarrow XD \mid XA \mid a$
  $D \longrightarrow AS$
  $B \longrightarrow SE \mid YS \mid SY \mid XD \mid XA \mid YY \mid a \mid b$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \rightarrow AC \mid AB$
  $C \rightarrow SB$
  $A \rightarrow XD \mid XA \mid a$
  $D \rightarrow AS$
  $B \rightarrow SE \mid YS \mid SY \mid XD \mid XA \mid YY \mid a \mid b$
  $E \rightarrow YS$

Solution de l'exercice 6

- On transforme les règles dont la longueur du second membre dépasse 2 :
  $S \rightarrow AC \mid AB$
  $C \rightarrow SB$
  $A \rightarrow XD \mid XA \mid a$
  $D \rightarrow AS$
  $B \rightarrow SE \mid YS \mid SY \mid XD \mid XA \mid YY \mid a \mid b$
  $E \rightarrow YS$
- La grammaire est sous **FNC**.

Exercice 7

Exercice 7

- En utilisant le Lemme de pompage pour les langages hors-contexte, montrer que les langages suivants ne sont pas hors-contexte :

Exercice 7

- En utilisant le Lemme de pompage pour les langages hors-contexte, montrer que les langages suivants ne sont pas hors-contexte :
  1. $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$.

Exercice 7

- En utilisant le Lemme de pompage pour les langages hors-contexte, montrer que les langages suivants ne sont pas hors-contexte :
  1. $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$.
  2. $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L,

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L,

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L, tel que $\forall z \in L$ de longueur $|z| \geq N$,

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$*, ne dépendant que de L, tel que* $\forall z \in L$ *de longueur* $|z| \geq N$*, il existe une décomposition de z sous la forme* $z = uvwxy$*, telle que :*

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L, tel que $\forall z \in L$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :

1. $|vwx| \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$*, ne dépendant que de L, tel que* $\forall z \in L$ *de longueur* $|z| \geq N$*, il existe une décomposition de z sous la forme* $z = uvwxy$*, telle que :*

1. $|vwx| \leq N$.
2. $|vx| \geq 1$ (*ou* $vx \neq \varepsilon$).

Solution de l'exercice 7

- Rappel du Lemme de pompage pour **LHC** :

Theorem 1.1

Si L est un langage hors-contexte L, alors il existe un entier $N \geq 0$*, ne dépendant que de L, tel que* $\forall z \in L$ *de longueur* $|z| \geq N$*, il existe une décomposition de z sous la forme* $z = uvwxy$*, telle que :*

1. $|vwx| \leq N$.
2. $|vx| \geq 1$ (*ou* $vx \neq \varepsilon$).
3. $uv^iwx^iy \in L$, $(\forall i \geq 0)$.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Solution de l'exercice 7

Question 1 :
Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_1 est HC.

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_1 est HC.
- Alors, L_1 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_1, tel que $\forall z \in L_1$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_1 est HC.
- Alors, L_1 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_1, tel que $\forall z \in L_1$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
    1. $|vwx| \leq N$.

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_1 est HC.
- Alors, L_1 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_1, tel que $\forall z \in L_1$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
  1. $|vwx| \leq N$.
  2. $|vx| \geq 1$ (ou $vx \neq \varepsilon$).

Solution de l'exercice 7

Question 1 :

Montrons que $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_1 est HC.
- Alors, L_1 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_1, tel que $\forall z \in L_1$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
  1. $|vwx| \leq N$.
  2. $|vx| \geq 1$ (ou $vx \neq \varepsilon$).
  3. $uv^iwx^iy \in L_1$, $(\forall i \geq 0)$.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Prenons le mot $z' = uv^{p+1}wx^{p+1}y = 0^{|z'|}$.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Prenons le mot $z' = uv^{p+1}wx^{p+1}y = 0^{|z'|}$.
- Or, $|z'| = p + p|v| + p|x| = p(1 + |vx|)$.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Prenons le mot $z' = uv^{p+1}wx^{p+1}y = 0^{|z'|}$.
- Or, $|z'| = p + p|v| + p|x| = p(1 + |vx|)$.
- Comme $|vx| \geq 1$, alors le nombre $p(1 + |vx|)$ n'est pas premier.

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Prenons le mot $z' = uv^{p+1}wx^{p+1}y = 0^{|z'|}$.
- Or, $|z'| = p + p|v| + p|x| = p(1 + |vx|)$.
- Comme $|vx| \geq 1$, alors le nombre $p(1 + |vx|)$ n'est pas premier.
- On a trouvé une Contraduction avec (3).

Solution de l'exercice 7

- Soit $p \geq N$ un nombre premier.
- Prenons $z = 0^p$. Alors, $z \in L_1$ et $|z| = p \geq N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Prenons le mot $z' = uv^{p+1}wx^{p+1}y = 0^{|z'|}$.
- Or, $|z'| = p + p|v| + p|x| = p(1 + |vx|)$.
- Comme $|vx| \geq 1$, alors le nombre $p(1 + |vx|)$ n'est pas premier.
- On a trouvé une Contraduction avec (3).
- Conclusion : L_1 n'est pas HC.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

Question 2 :

Solution de l'exercice 7

Question 2 :
Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

Solution de l'exercice 7

Question 2 :

Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_2 est HC.

Solution de l'exercice 7

Question 2 :
Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_2 est HC.
- Alors, L_2 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_2, tel que $\forall z \in L_2$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :

Solution de l'exercice 7

Question 2 :

Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_2 est HC.
- Alors, L_2 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_2, tel que $\forall z \in L_2$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
    1. $|vwx| \leq N$.

Solution de l'exercice 7

Question 2 :
Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_2 est HC.
- Alors, L_2 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_2, tel que $\forall z \in L_2$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
  1. $|vwx| \leq N$.
  2. $|vx| \geq 1$ (ou $vx \neq \varepsilon$).

Solution de l'exercice 7

Question 2 :

Montrons que $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ n'est pas **HC**.

- Supposons l'inverse : L_2 est HC.
- Alors, L_2 vérifie le lemme de pompage : il existe un entier $N \geq 0$, ne dépendant que de L_2, tel que $\forall z \in L_2$ de longueur $|z| \geq N$, il existe une décomposition de z sous la forme $z = uvwxy$, telle que :
  1. $|vwx| \leq N$.
  2. $|vx| \geq 1$ (ou $vx \neq \varepsilon$).
  3. $uv^i wx^i y \in L_2$, $(\forall i \geq 0)$.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :
  1. $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :
  1. $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  2. $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :
  1. $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  2. $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  3. $vwx = c^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :
  1. $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  2. $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  3. $vwx = c^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  4. $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- Prenons $z = a^N b^{N+1} c^{N+2}$. Alors, $z \in L_2$ et $|z| = 3N + 3 > N$.
- Donc, $z = uvwxy$.
- Comme $|vwx| \leq N$, alors il y a 5 cas possibles pour vwx :
  1. $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  2. $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  3. $vwx = c^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  4. $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$.
  5. $vwx = b^i c^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$.

Solution de l'exercice 7

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et
  $|z'|_a = N + |vx|_a \geq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et
  $|z'|_a = N + |vx|_a \geq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.
- 2^{eme} cas : $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et $|z'|_a = N + |vx|_a \geq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.
- 2^{eme} cas : $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et $|z'|_a = N + |vx|_a \geq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.
- 2^{eme} cas : $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.
- 3^{eme} cas : $vwx = c^i$, avec $1 \leq i \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- 1^{er} cas : $vwx = a^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et $|z'|_a = N + |vx|_a \geq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.
- 2^{eme} cas : $vwx = b^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.
- 3^{eme} cas : $vwx = c^i$, avec $1 \leq i \leq N$.
  Prenons $z' = uv^0wx^0y$. On a : $|z'|_b = N + 1$ et $|z'|_c = N + 2 - |vx|_c \leq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.

Solution de l’exercice 7

Solution de l'exercice 7

- 4^{eme} cas : $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- 4^{eme} cas : $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.

Solution de l'exercice 7

- 4^{eme} cas : $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.
- 5^{eme} cas : $vwx = b^i c^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$.

Solution de l'exercice 7

- 4^{eme} cas : $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.
- 5^{eme} cas : $vwx = b^i c^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^0wx^0y$. On a : $|z'|_a = N$ et $|z'|_b = N + 1 - |vx|_b \leq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.

Solution de l'exercice 7

- 4^{eme} cas : $vwx = a^i b^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^2wx^2y$. On a : $|z'|_c = N + 2$ et $|z'|_b = N + 1 + |vx|_b \geq N + 2$. Donc $z' \notin L_2$.
- 5^{eme} cas : $vwx = b^i c^j$, avec $1 \leq i,\ j \leq N$ et $i + j \leq N$. Prenons $z' = uv^0wx^0y$. On a : $|z'|_a = N$ et $|z'|_b = N + 1 - |vx|_b \leq N + 1$. Donc $z' \notin L_2$.
- Dans tous les cas, on trouve une Contraduction avec (3), donc L_2 n'est pas HC.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :
  1. G_1 définie par :

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :
  1. G_1 définie par :
     $S \rightarrow Aa \mid b$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :
  1. G_1 définie par :
     $S \rightarrow Aa \mid b$
     $A \rightarrow Ac \mid Sd \mid c$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :
  1. G_1 définie par :
     $S \rightarrow Aa \mid b$
     $A \rightarrow Ac \mid Sd \mid c$
  2. G_2 définie par :

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :

  1. G_1 définie par :
     $S \to Aa \mid b$
     $A \to Ac \mid Sd \mid c$
  2. G_2 définie par :
     $S \to Sa \mid TSc \mid d$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

- Supprimer la récursivité gauche des grammaires suivantes :
  1. G_1 définie par :
     $S \rightarrow Aa \mid b$
     $A \rightarrow Ac \mid Sd \mid c$
  2. G_2 définie par :
     $S \rightarrow Sa \mid TSc \mid d$
     $T \rightarrow TbT \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

  1. **Ordonner** les non-terminaux A_1, A_2, ..., A_n.

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

1. **Ordonner** les non-terminaux A_1, A_2, ..., A_n.
2. **Pour** $i := 1$ à n **Faire** :

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

1. **Ordonner** les non-terminaux A_1, A_2, ..., A_n.
2. **Pour** $i := 1$ à n **Faire** :
   - **Pour** $j := 1$ à $i - 1$ **Faire** :

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

1. **Ordonner** les non-terminaux A_1, A_2, ..., A_n.
2. **Pour** $i := 1$ à n **Faire** :
   - **Pour** $j := 1$ à $i - 1$ **Faire** :
     - Remplacer chaque production de la forme $A_i \to A_j\gamma$ par les règles $A_i \to \delta_1\gamma \mid \delta_2\gamma \mid ... \mid \delta_k\gamma$, où $A_j \to \delta_1 \mid \delta_2 \mid ... \mid \delta_k$ sont toutes les A_j-productions courantes.

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 1

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.G** :

1. **Ordonner** les non-terminaux A_1, A_2, ..., A_n.
2. **Pour** $i := 1$ à n **Faire** :
   - **Pour** $j := 1$ à $i - 1$ **Faire** :
     - Remplacer chaque production de la forme $A_i \rightarrow A_j\gamma$ par les règles $A_i \rightarrow \delta_1\gamma \mid \delta_2\gamma \mid ... \mid \delta_k\gamma$, où $A_j \rightarrow \delta_1 \mid \delta_2 \mid ... \mid \delta_k$ sont toutes les A_j-productions courantes.
   - Éliminer les **R.G.I** des A_i-productions.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.I** :

Exercices supplémentaires

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.I** :
  - Remplacer toutes les X-productions de la forme $X \to X\alpha_1 \mid X\alpha_2 \mid ... \mid X\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid ... \mid \beta_n$, où chaque β_i ne commençe pas par X, par les règles :

Exercices supplémentaires

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.I** :
  - Remplacer toutes les X-productions de la forme $X \to X\alpha_1 \mid X\alpha_2 \mid \ldots \mid X\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \ldots \mid \beta_n$, où chaque β_i ne commence pas par X, par les règles :
    $X \to \beta_1 X' \mid \beta_2 X' \mid \ldots \mid \beta_n X'$

Exercices supplémentaires

- **Algorithme de l'élimination de la R.G.I** :
  - Remplacer toutes les X-productions de la forme $X \rightarrow X\alpha_1 \mid X\alpha_2 \mid ... \mid X\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid ... \mid \beta_n$, où chaque β_i ne commence pas par X, par les règles :
    $X \rightarrow \beta_1 X' \mid \beta_2 X' \mid ... \mid \beta_n X'$
    $X' \rightarrow \varepsilon \mid \alpha_1 X' \mid \alpha_2 X' \mid ... \mid \alpha_m X'$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \to Sd$ par :

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \to Sd$ par :
  $A \to Aad \mid bd$

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \longrightarrow Sd$ par :
  $A \longrightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \longrightarrow Sd$ par :
  $A \longrightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :
  $A \longrightarrow Ac \mid Aad \mid c \mid bd$

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \rightarrow Sd$ par :
  $A \rightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :
  $A \rightarrow Ac \mid Aad \mid c \mid bd$
- On obtient finalement :

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \rightarrow Sd$ par :
  $A \rightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :
  $A \rightarrow Ac \mid Aad \mid c \mid bd$
- On obtient finalement :
  $S \rightarrow Aa \mid b$

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \longrightarrow Sd$ par :
  $A \longrightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :
  $A \longrightarrow Ac \mid Aad \mid c \mid bd$
- On obtient finalement :
  $S \longrightarrow Aa \mid b$
  $A \longrightarrow cA' \mid bdA'$

Exercices supplémentaires

Pour G_1 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, A.
- **Pour** $i := 1$, rien ne se produit, car il n'y a pas de **R.G.I** dans les S-productions.
- **Pour** $i := 2$, on remplace la règle $A \longrightarrow Sd$ par :
  $A \longrightarrow Aad \mid bd$
- On élimine les **R.G.I** des A-productions :
  $A \longrightarrow Ac \mid Aad \mid c \mid bd$
- On obtient finalement :
  $S \longrightarrow Aa \mid b$
  $A \longrightarrow cA' \mid bdA'$
  $A' \longrightarrow \varepsilon \mid cA' \mid adA'$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient : $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
- **Pour** $i := 2$, il n' y a pas de règle de la forme $T \longrightarrow S\alpha$. Pas de boucle j.

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
- **Pour** $i := 2$, il n' y a pas de règle de la forme $T \longrightarrow S\alpha$. Pas de boucle j.
- On élimine les **R.G.I** des T-productions :

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
- **Pour** $i := 2$, il n' y a pas de règle de la forme $T \longrightarrow S\alpha$. Pas de boucle j.
- On élimine les **R.G.I** des T-productions :
  $T \longrightarrow T'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 :

- On classe les non-terminaux dans l'ordre S, T.
- **Pour** $i := 1$, il y a une **R.G.I** dans les S-productions : $S \longrightarrow Sa$.
- On élimine les **R.G.I** des S-productions. On obtient :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
- **Pour** $i := 2$, il n' y a pas de règle de la forme $T \longrightarrow S\alpha$. Pas de boucle j.
- On élimine les **R.G.I** des T-productions :
  $T \longrightarrow T'$
  $T' \longrightarrow \varepsilon \mid bTT'$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

- On élimine la règle unitaire $T \longrightarrow T'$, on obtient la grammaire :

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

- On élimine la règle unitaire $T \longrightarrow T'$, on obtient la grammaire :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

- On élimine la règle unitaire $T \longrightarrow T'$, on obtient la grammaire :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

- On élimine la règle unitaire $T \longrightarrow T'$, on obtient la grammaire :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
  $T \longrightarrow \varepsilon \mid bTT'$

Exercices supplémentaires

Pour G_2 (suite):

- On élimine la règle unitaire $T \longrightarrow T'$, on obtient la grammaire :
  $S \longrightarrow TScS' \mid dS'$
  $S' \longrightarrow \varepsilon \mid aS'$
  $T \longrightarrow \varepsilon \mid bTT'$
  $T' \longrightarrow \varepsilon \mid bTT'$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Exercice 2

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :
  $S \rightarrow bacdAbd \mid bacdBcca$

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :
  $S \rightarrow bacdAbd \mid bacdBcca$
  $A \rightarrow aD \mid cC \mid d$

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :
  $S \rightarrow bacdAbd \mid bacdBcca$
  $A \rightarrow aD \mid cC \mid d$
  $B \rightarrow aB \mid aAA \mid cD$

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :
  $S \longrightarrow bacdAbd \mid bacdBcca$
  $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
  $B \longrightarrow aB \mid aAA \mid cD$
  $C \longrightarrow aCa \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Exercice 2

- Factoriser à gauche la grammaire suivante :
  $S \longrightarrow bacdAbd \mid bacdBcca$
  $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
  $B \longrightarrow aB \mid aAA \mid cD$
  $C \longrightarrow aCa \mid \varepsilon$
  $D \longrightarrow a \mid bE \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$
- $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$
- $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
- $B \longrightarrow aB' \mid cD$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$
- $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
- $B \longrightarrow aB' \mid cD$
- $B' \longrightarrow B \mid AA$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$
- $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
- $B \longrightarrow aB' \mid cD$
- $B' \longrightarrow B \mid AA$
- $C \longrightarrow aCa \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 2

- $S \longrightarrow bacdS'$
- $S' \longrightarrow Abd \mid Bcca$
- $A \longrightarrow aD \mid cC \mid d$
- $B \longrightarrow aB' \mid cD$
- $B' \longrightarrow B \mid AA$
- $C \longrightarrow aCa \mid \varepsilon$
- $D \longrightarrow a \mid bE \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Exercice 3

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E\ ou\ T \mid T$

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E \; ou \; T \mid T$
  $T \longrightarrow T \; et \; F \mid F$

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E \ ou \ T \mid T$
  $T \longrightarrow T \ et \ F \mid F$
  $F \longrightarrow non \ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E \ ou \ T \mid T$
  $T \longrightarrow T \ et \ F \mid F$
  $F \longrightarrow non \ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$
  1. La grammaire est-elle $LL(1)$?

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E\ ou\ T \mid T$
  $T \longrightarrow T\ et\ F \mid F$
  $F \longrightarrow non\ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$
  1. La grammaire est-elle $LL(1)$?
  2. Supprimer la récursivité gauche.

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E\ ou\ T \mid T$
  $T \longrightarrow T\ et\ F \mid F$
  $F \longrightarrow non\ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$
  1. La grammaire est-elle $LL(1)$?
  2. Supprimer la récursivité gauche.
  3. Calculer les ensembles *First* et *Follow* des symboles variables de la nouvelle grammaire.

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E\ ou\ T \mid T$
  $T \longrightarrow T\ et\ F \mid F$
  $F \longrightarrow non\ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$
  1. La grammaire est-elle $LL(1)$?
  2. Supprimer la récursivité gauche.
  3. Calculer les ensembles *First* et *Follow* des symboles variables de la nouvelle grammaire.
  4. Donner la table d'analyse $LL(1)$ de la nouvelle grammaire.

Exercices supplémentaires

Exercice 3

- Soit la grammaire des expressions logiques :
  $E \longrightarrow E\ ou\ T \mid T$
  $T \longrightarrow T\ et\ F \mid F$
  $F \longrightarrow non\ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$
  1. La grammaire est-elle $LL(1)$?
  2. Supprimer la récursivité gauche.
  3. Calculer les ensembles *First* et *Follow* des symboles variables de la nouvelle grammaire.
  4. Donner la table d'analyse $LL(1)$ de la nouvelle grammaire.
  5. Donner la pile d'analyse du mot "$vrai\ et\ (faux\ ou\ vrai)$", et en déduire l'arbre de dérivation pour ce mot.

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :
   $E \longrightarrow TE'$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :
   $E \longrightarrow TE'$
   $E' \longrightarrow ou\ TE' \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :
   $E \longrightarrow TE'$
   $E' \longrightarrow ou\ TE' \mid \varepsilon$
   $T \longrightarrow FT'$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :
   $E \longrightarrow TE'$
   $E' \longrightarrow ou\ TE' \mid \varepsilon$
   $T \longrightarrow FT'$
   $T' \longrightarrow et\ FT' \mid \varepsilon$

Exercices supplémentaires

Corrigé de l'exercice 3

1. La grammaire n'est pas $LL(1)$, car elle est récursive à gauche.
2. Suppression de **R.G.I** :
   $E \longrightarrow TE'$
   $E' \longrightarrow ou\ TE' \mid \varepsilon$
   $T \longrightarrow FT'$
   $T' \longrightarrow et\ FT' \mid \varepsilon$
   $F \longrightarrow non\ F \mid (E) \mid vrai \mid faux$

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

Question 3

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \to E\$$.

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée : $S \rightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée : $S \rightarrow E\$$.
- Calcul des nullables : $Null(G) = \{E', \ T'\}$.

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \rightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :
  $Null(G) = \{E', \ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée : $S \rightarrow E\$$.
- Calcul des nullables : $Null(G) = \{E', \ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée : $S \longrightarrow E\$$.
- Calcul des nullables : $Null(G) = \{E', \ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).
  2. $First(E) = First(TE') = First(T)$ (T n'est pas nullable).

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \longrightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :
  $Null(G) = \{E',\ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).
  2. $First(E) = First(TE') = First(T)$ (T n'est pas nullable).
  3. $First(E') = \{ou\}$.

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \longrightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :
  $Null(G) = \{E', \ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).
  2. $First(E) = First(TE') = First(T)$ (T n'est pas nullable).
  3. $First(E') = \{ou\}$.
  4. $First(T) = First(FT') = First(F)$ (F n'est pas nullable).

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \longrightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :
  $Null(G) = \{E', \ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).
  2. $First(E) = First(TE') = First(T)$ (T n'est pas nullable).
  3. $First(E') = \{ou\}$.
  4. $First(T) = First(FT') = First(F)$ (F n'est pas nullable).
  5. $First(T') = \{et\}$.

Exercices supplémentaires

Question 3

- On ajoute la règle de la grammaire augmentée :
  $S \longrightarrow E\$$.
- Calcul des nullables :
  $Null(G) = \{E',\ T'\}$.
- Calcul des ensembles *First* :
  1. $First(S) = First(E\$) = First(E)$ (E n'est pas nullable).
  2. $First(E) = First(TE') = First(T)$ (T n'est pas nullable).
  3. $First(E') = \{ou\}$.
  4. $First(T) = First(FT') = First(F)$ (F n'est pas nullable).
  5. $First(T') = \{et\}$.
  6. $First(F) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.
  - $First(E) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E') = \{ou\}$.

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E') = \{ou\}$.
  - $First(T) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(E') = \{ou\}$.
  - $First(T) = \{non, \ (, \ vrai, \ faux\}$.
  - $First(T') = \{et\}$.

Exercices supplémentaires

- Par suite, on a :
  - $First(S) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.
  - $First(E) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.
  - $First(E') = \{ou\}$.
  - $First(T) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.
  - $First(T') = \{et\}$.
  - $First(F) = \{non,\ (,\ vrai,\ faux\}$.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \rightarrow E\$$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \rightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \rightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \rightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \rightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \longrightarrow ou\ TE'$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \longrightarrow ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \longrightarrow ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \longrightarrow ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \longrightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \longrightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \longrightarrow ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).
  - La règle $E' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \to E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \to TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \to ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).
  - La règle $E' \to \varepsilon$ n'ajoute rien.
  - La règle $T \to FT'$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \rightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \rightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \rightarrow ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).
  - La règle $E' \rightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
  - La règle $T \rightarrow FT'$ ajoute :
    - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \to E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \to TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \to ou\ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).
  - La règle $E' \to \varepsilon$ n'ajoute rien.
  - La règle $T \to FT'$ ajoute :
    - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$.
    - $Follow(T) \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.

Exercices supplémentaires

- Calcul des ensembles *Follow* :
  - La règle $S \rightarrow E\$$ ajoute :
    - $\{\$\} \subseteq Follow(E)$.
  - La règle $E \rightarrow TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E) \subseteq Follow(E')$.
  - La règle $E' \rightarrow ou \ TE'$ ajoute :
    - $First(E') = \{ou\} \subseteq Follow(T)$ (déjà fait).
    - $Follow(E') \subseteq Follow(T)$, car E' est nullable.
    - $Follow(E') \subseteq Follow(E')$ (trivial).
  - La règle $E' \rightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
  - La règle $T \rightarrow FT'$ ajoute :
    - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$.
    - $Follow(T) \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
    - $Follow(T) \subseteq Follow(T')$.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \rightarrow et\ FT'$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \rightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \to et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \to et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \to \varepsilon$ n'ajoute rien.

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :
  - $\{)\} \subseteq Follow(E)$.

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :
  - $\{)\} \subseteq Follow(E)$.
- La règle $F \longrightarrow non\ F$ ajoute :

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :
  - $\{)\} \subseteq Follow(E)$.
- La règle $F \longrightarrow non\ F$ ajoute :
  - $Follow(F) \subseteq Follow(F)$ (trivial).

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :
  - $\{)\} \subseteq Follow(E)$.
- La règle $F \longrightarrow non\ F$ ajoute :
  - $Follow(F) \subseteq Follow(F)$ (trivial).
- La règle $F \longrightarrow vrai$ n'ajoute rien.

Exercices supplémentaires

- La règle $T' \longrightarrow et\ FT'$ ajoute :
  - $First(T') = \{et\} \subseteq Follow(F)$ (déjà fait).
  - $Follow(T') \subseteq Follow(F)$, car T' est nullable.
  - $Follow(T') \subseteq Follow(T')$ (trivial).
- La règle $T' \longrightarrow \varepsilon$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow (E)$ ajoute :
  - $\{)\} \subseteq Follow(E)$.
- La règle $F \longrightarrow non\ F$ ajoute :
  - $Follow(F) \subseteq Follow(F)$ (trivial).
- La règle $F \longrightarrow vrai$ n'ajoute rien.
- La règle $F \longrightarrow faux$ n'ajoute rien.

Exercices supplémentaires

Exercices supplémentaires

- En conclusion :

Exercices supplémentaires

- En conclusion :
  1. $Follow(E) = \{\$,)\}$.

Exercices supplémentaires

- En conclusion :
  1. $Follow(E) = \{\$,)\}$.
  2. $Follow(E') = \{\$,)\}$.

Exercices supplémentaires

- En conclusion :
  1. $Follow(E) = \{\$,)\}$.
  2. $Follow(E') = \{\$,)\}$.
  3. $Follow(T) = \{\$,),\ ou\}$.

Exercices supplémentaires

- En conclusion :
  1. $Follow(E) = \{\$,)\}$.
  2. $Follow(E') = \{\$,)\}$.
  3. $Follow(T) = \{\$,),\ ou\}$.
  4. $Follow(T') = \{\$,),\ ou\}$.

Exercices supplémentaires

- En conclusion :
  1. $Follow(E) = \{\$,)\}$.
  2. $Follow(E') = \{\$,)\}$.
  3. $Follow(T) = \{\$,), \ ou\}$.
  4. $Follow(T') = \{\$,), \ ou\}$.
  5. $Follow(F) = \{\$,), \ ou, \ et\}$.

Exercices supplémentaires

Question 4 :

	et	ou	non	vrai	faux	(	)	$
S			$S \to E\$$	$S \to E\$$	$S \to E\$$	$S \to E\$$		
E			$E \to TE'$	$E \to TE'$	$E \to TE'$	$E \to TE'$		
E'		$E' \to$ ou TE'					$E' \to \varepsilon$	$E' \to \varepsilon$
T			$T \to FT'$	$T \to FT'$	$T \to FT'$	$T \to FT'$		
T'	$T' \to$ et FT'	$T' \to \varepsilon$					$T' \to \varepsilon$	$T' \to \varepsilon$
F			$F \to$ non F	$F \to$ vrai	$F \to$ faux	$F \to (E)$		

Figure: La table d'analyse $LL(1)$ de la grammaire.

Exercices supplémentaires

Pile	Entrée	Règles
$E	vrai et (faux ou vrai)$	E → TE'
$E'T	vrai et (faux ou vrai)$	T → FT'
$E'T'F	vrai et (faux ou vrai)$	F → vrai
$E'T' vrai	vrai et (faux ou vrai)$	
$E'T'	et (faux ou vrai)$	T' → et FT'
$E'T'F et	et (faux ou vrai)$	
$E'T'F	(faux ou vrai)$	F → (E)
$E'T')E(	(faux ou vrai)$	
$E'T')E	faux ou vrai)$	E → TE'
$E'T')E'T	faux ou vrai)$	T → FT'
$E'T')E'T'F	faux ou vrai)$	F → faux
$E'T')E'T' faux	faux ou vrai)$	
$E'T')E'T'	ou vrai)$	T' → ε
$E'T')E'	ou vrai)$	E' → ou TE'
$E'T')E'T ou	ou vrai)$	
$E'T')E'T	vrai)$	T → FT'
$E'T')E'T'F	vrai)$	F → vrai
$E'T')E'T' vrai	vrai)$	
$E'T')E'T'	)$	T' → ε
$E'T')E'	)$	E' → ε
$E'T')	)$	
$E'T'	$	T' → ε
$E'	$	E' → ε
$	$	**ACCEPT**

Exercices supplémentaires